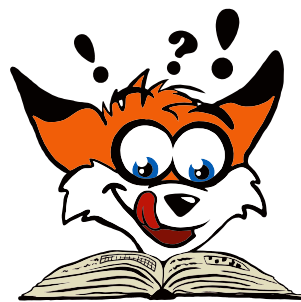


Vektorrechnung

Andreas Schneider

Version 1.0



Mathe**b**ibel

Inhaltsverzeichnis

Vektorrechnung	3
Skalar	4
Vektor	6
Ortsvektor	16
Verbindungsvektor	19
Vektoren zeichnen	26
Vektoraddition	29
Vektorsubtraktion	33
Skalarmultiplikation	37
Betrag eines Vektors	41
Einheitsvektor	44
Abstand zweier Punkte	46
Skalarprodukt	48
Winkel zwischen zwei Vektoren	51
Lineare Abhängigkeit zweier Vektoren	53
Lineare Abhängigkeit dreier Vektoren	56
Lineare Unabhängigkeit	60

Vektorrechnung

<u>Skalar</u>	Was ist ein Skalar?
<u>Vektor</u>	Was ist ein Vektor?
- <u>Ortsvektor</u>	Was ist ein Ortsvektor?
- <u>Verbindungsvektor</u>	Was ist ein Verbindungsvektor?
<u>Vektoren zeichnen</u>	Wie zeichnet man Vektoren in ein Koordinatensystem ein?
<u>Betrag eines Vektors</u>	Wie berechnet man die Länge eines Vektors?
<u>Einheitsvektor</u>	Was versteht man unter einem Einheitsvektor?
<u>Vektoraddition</u>	Wie addiert man Vektoren?
<u>Vektorsubtraktion</u>	Wie subtrahiert man Vektoren?
<u>Skalarmultiplikation</u>	Wie multipliziert man einen Vektor mit einer Zahl?
<u>Skalarprodukt</u>	Wie berechnet man das Skalarprodukt?
<u>Linearkombination</u>	Was versteht man unter einer Linearkombination?
<u>Lineare Abhängigkeit</u> - <u>2 Vektoren</u>	Wann sind zwei Vektoren linear abhängig?
<u>Lineare Abhängigkeit</u> - <u>3 Vektoren</u>	Wann sind drei Vektoren linear abhängig?
<u>Lineare Unabhängigkeit</u>	Wie kann man mit Hilfe der Determinante feststellen, ob Vektoren linear unabhängig sind?
Anwendungen	
<u>Abstand zweier Punkte</u>	Wie berechnet man den Abstand zwischen zwei Punkten?
<u>Winkel zwischen zwei Vektoren</u>	Wie berechnet man den Winkel zwischen zwei Vektoren?

Skalar

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was ein Skalar ist.

Einleitung

David und Anna möchten gemeinsam ins Kino gehen.

David: „Wann treffen wir uns?“

Anna: „Wir treffen uns **in einer Stunde**.“

David: „Wo treffen wir uns?“

Anna: „Wir treffen uns **in 500 m Entfernung** von hier.“

Die Aussage „Wir treffen uns **in einer Stunde**“ ist völlig ausreichend, um den gewünschten Zeitpunkt durch eine Zahl und eine Einheit zu beschreiben. Die Aussage „Wir treffen uns **in 500 m Entfernung** von hier“ wird hingegen nicht zu einem erfolgreichen Zusammentreffen führen, da eine Richtungsangabe fehlt: David weiß nicht, in welche Richtung er 500 m gehen soll.

Definition

Eine Größe, die durch *eine Zahl* vollständig beschrieben ist, heißt **Skalar**.

Bei physikalischen Größen gehört zur vollständigen Beschreibung noch die Angabe der Einheit.

Beispiele für Skalare aus der Physik

- Zeit („Nur noch 45 min bis Sonnenuntergang.“)
- Volumen („Ich habe heute 2,5 l Wasser getrunken.“)
- Temperatur („Bei 27° im Schatten kann man es aushalten.“)
- Masse („In einen großen Sack passen 50 kg Kartoffeln.“)
- Länge („Torben ist in der 7. Klasse und schon 1,85 m groß.“)

Zu unterscheiden von einer Längenangabe (etwas ist „10 m lang“) ist eine Entfernungsangabe (etwas ist „10 m entfernt“), bei der zusätzlich eine Richtungsangabe (z. B. „in nordöstlicher Richtung“) erforderlich ist. Letztgenannte Größen, die neben Maßzahl und Maßeinheit eine Richtung besitzen, heißen Vektoren und werden im nächsten Kapitel ausführlich besprochen.

Beispiele für Skalare aus der Mathematik

- 45
- 2,5
- 27
- 50
- 1,85

In der Mathematik wird meist auf die Angabe der Maßeinheit verzichtet. „Skalar“ ist demnach nichts anderes als der - in der Vektorrechnung verwendete - Fachbegriff für eine reelle Zahl.

Graphische Darstellung von Skalaren

Der Begriff „Skalar“ leitet sich von dem lateinischen Wort *scala* ab, was so viel wie „Leiter“ bedeutet. Ein Beispiel für eine Skala (Zahlenleiter) ist die Beschriftung auf einem Meterstab.

Wir können Skalare als **Punkte auf einer Zahlengeraden** darstellen.

Im Gegensatz dazu können wir Vektoren als Pfeile im Koordinatensystem veranschaulichen.