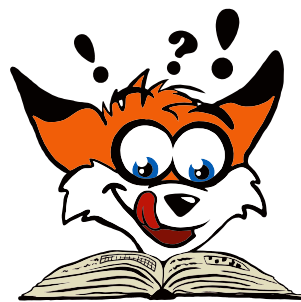


Matrizenrechnung

Andreas Schneider

Version 1.0



Mathebibel

Inhaltsverzeichnis

Matrizenrechnung	3
Grundlagen der Matrizenrechnung	5
Matrizen addieren	9
Matrizen subtrahieren	12
Matrizenmultiplikation	14
Transponieren Matrix	20
Inverse Matrix	22
Inverse Matrix berechnen nach Gauß-Jordan	25
Inverse Matrix berechnen nach Cramer	29
Kofaktormatrix	33
Adjunkte	37
Inverse Matrix berechnen mit der Adjunkten	39
Zeilenstufenform	43
Normierte Zeilenstufenform	46
Bild einer Matrix	50
Rang einer Matrix	58
Kern einer Matrix	62
Defekt einer Matrix	67
Rangsatze	69
Eigenwerte und Eigenvektoren	70
Eigenwerte berechnen	75
Eigenvektoren berechnen	79
Eigenraum	88
Matrix diagonalisieren	91
Orthogonale Matrix	100
Drehmatrix	103
Hauptachsentransformation	110

Matrizenrechnung

<u>Grundlagen der Matrizenrechnung</u>	Wie ist eine Matrix definiert und welche besonderen Matrizen gibt es?
<u>Matrizen addieren</u>	Wie addiert man Matrizen?
<u>Matrizen subtrahieren</u>	Wie subtrahiert man Matrizen?
<u>Matrizenmultiplikation</u>	Wie multipliziert man Matrizen?
<u>Transponierte Matrix</u>	Wie transponiert man Matrizen?
<u>Inverse Matrix</u>	Wie ist die Inverse einer Matrix definiert und welche besonderen Rechenregeln gibt es zu beachten?
<u>Inverse Matrix berechnen (nach Gauß-Jordan)</u>	Wie berechnet man mit Hilfe des Gauß-Jordan-Algorithmuses die inverse Matrix?
<u>Inverse Matrix berechnen (nach Cramer)</u>	Wie berechnet man mit Hilfe der Cramerschen Regel die inverse Matrix?
<u>Kofaktormatrix</u>	Was versteht man unter der Kofaktormatrix und wie stellt man sie auf?
<u>Adjunkte</u>	Was ist die Adjunkte einer Matrix und wie berechnet man sie?
<u>Inverse Matrix berechnen mit Hilfe der Adjunkten</u>	Wie berechnet man die Inverse einer Matrix mit Hilfe der Adjunkten?
<u>Zeilenstufenform</u>	Was ist die Zeilenstufenform und wie berechnet man sie?
<u>Normierte Zeilenstufenform</u>	Was ist die normierte Zeilenstufenform und wie berechnet man sie?
<u>Bild einer Matrix</u>	Was ist das Bild einer Matrix und wie berechnet man es?
<u>Rang einer Matrix</u>	Was ist der Rang einer Matrix und wie berechnet man

ihn?

Kern einer Matrix

Was ist der Kern einer Matrix und wie berechnet man ihn?

Defekt einer Matrix

Was ist der Defekt einer Matrix und wie berechnet man ihn?

Rangatz

Was besagt der Rangatz?

Eigenwerte und Eigenvektoren

Wie sind Eigenwerte und Eigenvektoren definiert und wie unterscheiden sich Eigenvektoren graphisch von anderen Vektoren?

Eigenwerte berechnen

Wie kann man Eigenwerte rechnerisch bestimmen?

Eigenvektoren berechnen

Wie kann man Eigenvektoren rechnerisch bestimmen?

Eigenraum

Was ist der Eigenraum und wie bestimmt man ihn?

Matrix diagonalisieren

Wie diagonalisiert man Matrizen?

Orthogonale Matrix

Was ist eine orthogonale Matrix?

Drehmatrix

Was versteht man unter Drehmatrizen und wie rechnet man mit ihnen?

Hauptachsentransformation

Was bezweckt die Hauptachsentransformation?

Matrizenrechnung - Grundlagen

In diesem Kapitel lernen wir, was eine Matrix ist, welche Eigenschaften Matrizen besitzen und welche besonderen Matrizen es gibt.

Definition einer Matrix

Eine Matrix ist ein rechteckiges Schema, dessen Elemente meist Zahlen sind. Des Weiteren kommen z.B. Variablen oder Funktionen als Elemente der Matrix in Frage.

Eine Matrix besteht aus m Zeilen und n Spalten und wird (m,n) -Matrix genannt. Die Dimension einer Matrix mit m Zeilen und n Spalten ist $m \times n$.

Die Position eines Elementes - z.B. a_{ij} - wird mit einem Doppelindex gekennzeichnet. Dabei gibt der erste Index i die Zeile und der zweite Index j die Spalte an, in der das Element steht.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Beispiel

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Dies ist eine $(3,2)$ -Matrix, also eine Matrix mit 3 Zeilen und 2 Spalten. Zum Beispiel ist $a_{21} = 4$ das Element, das in der zweiten Zeile und in der ersten Spalte steht.