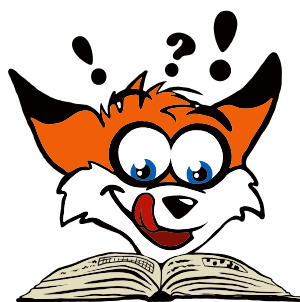


Kurvendiskussion

Andreas Schneider

Version 1.0



Mathe**b**ibel

Inhaltsverzeichnis

Kurvendiskussion	3
Definitionsbereich bestimmen	5
Nullstellen berechnen	10
Vielfachheit von Nullstellen	17
y-Achsenabschnitt berechnen	22
Symmetrieverhalten	28
Achsensymmetrie zur y-Achse	33
Punktsymmetrie zum Ursprung	36
Achsensymmetrie zu einer beliebigen Achse	39
Punktsymmetrie zu einem beliebigen Punkt	42
1. Ableitung	46
2. Ableitung	48
Extremwerte berechnen	52
Monotonieverhalten	62
Krümmungsverhalten	71
Wendepunkt berechnen	77
Wendetangente berechnen	82
Sattelpunkt berechnen	86
Wertebereich bestimmen	91
Aufgaben zur Kurvendiskussion	96
Kurvendiskussion einer ganzrationalen Funktion	97
Kurvendiskussion einer gebrochenrationalen Funktion	108
Kurvendiskussion einer Exponentialfunktion	120
Kurvendiskussion einer Logarithmusfunktion	132

Kurvendiskussion

<u>Definitionsbereich bestimmen</u>	Wie bestimmt man den Definitionsbereich einer Funktion?
<u>Nullstellen berechnen</u>	Wie berechnet man die Nullstellen einer Funktion?
<u>Vielfachheit von Nullstellen</u>	Was versteht man unter der Vielfachheit einer Nullstelle, wie berechnet man sie und was sagt sie aus?
<u>y-Achsenabschnitt berechnen</u>	Wie berechnet man den y-Achsenabschnitt einer Funktion?
<u>Symmetrieverhalten</u>	Welche Arten von Symmetrien gibt es und wie kann man sie rechnerisch nachweisen?
> <u>Achsensymmetrie zur y-Achse</u>	Wann ist eine Funktion zur y-Achse symmetrisch?
> <u>Punktsymmetrie zum Ursprung</u>	Wann ist eine Funktion zum Koordinatenursprung symmetrisch?
> <u>Achsensymmetrie zu einer beliebigen Achse</u>	Wann ist eine Funktion zu einer beliebigen Achse symmetrisch?
> <u>Punktsymmetrie zu einem beliebigen Punkt</u>	Wann ist eine Funktion zu einem beliebigen Punkt symmetrisch?
<u>1. Ableitung</u>	Graphische Interpretation der ersten Ableitung
<u>2. Ableitung</u>	Graphische Interpretation der zweiten Ableitung
<u>Extremwerte berechnen</u>	Wie findet man heraus, ob bei einer Funktion ein Hochpunkt oder ein Tiefpunkt existiert?
<u>Monotonieverhalten</u>	Was versteht man unter dem Monotonieverhalten und wie berechnet man es?
<u>Krümmungsverhalten</u>	Wann ist eine Funktion links- bzw. rechtsgekrümmt?

Wendepunkt berechnen

Was ist der Wendepunkt und wie berechnet man ihn?

Wendetangente berechnen

Was versteht man unter der Wendetangente und wie berechnet man sie?

Sattelpunkt

Was ist der Sattelpunkt (Terrassenpunkt) und wie berechnet man ihn?

Wertebereich bestimmen

Wie bestimmt man den Wertebereich einer Funktion?

Definitionsbereich bestimmen

In diesem Kapitel werden wir den Definitionsbereich einiger Funktionen bestimmen. Häufig sagt man zu dem Definitionsbereich auch Definitionsmenge. Die beiden Begriffe haben dieselbe Bedeutung. Doch was versteht man eigentlich unter dem Definitionsbereich einer Funktion?

Der **Definitionsbereich** beantwortet die Frage:
"Welche x-Werte darf ich in die Funktion einsetzen?"

Den Definitionsbereich einer Funktion f bezeichnet man mit D_f .

Nehmen wir an, dass du die Funktion $f(x) = x^2$ untersuchen sollst. In der Aufgabenstellung ist zusätzlich der Definitionsbereich angegeben: $D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Der Definitionsbereich sagt uns in diesem Fall, dass wir nur die Werte 1, 2, 3, 4 und 5 in die Funktion $f(x) = x^2$ einsetzen dürfen. Warum ist das so? Ganz einfach: Den Definitionsbereich hat der Aufgabensteller, d.h. der "Erfinder" der Aufgabe festgelegt. Er hat entschieden, dass wir nur ganzzahlige Werte zwischen 1 und 5 in die Funktion einsetzen dürfen. Wir merken uns an dieser Stelle, dass der Aufgabensteller den Definitionsbereich einer Funktion beliebig einschränken darf!

Wenn du in einer Aufgabe jedoch aufgefordert wirst, den "Definitionsbereich zu bestimmen", dann ist damit der **maximale Definitionsbereich** gemeint, für den die Rechenvorschrift grundsätzlich ausführbar ist. Du guckst dir also die Funktion an und überlegst *"Welche x-Werte darf ich einsetzen?"* und legst entsprechend den Definitionsbereich fest.

Beispiele

- eine Wurzel kann man nur für nichtnegative Zahlen ziehen

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \rightarrow \quad D_f = \mathbb{R}_0^+$$

- ein Flächeninhalt kann nur mit Hilfe positiver Seitenlängen berechnet werden