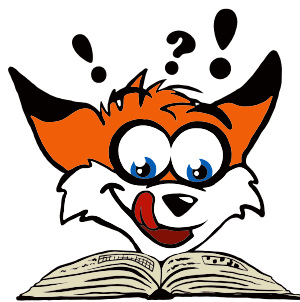


Funktionen

Andreas Schneider

Version 1.0



Mathebibel

Inhaltsverzeichnis

Funktionen	3
Funktionsgleichung	11
Definitionsmenge	13
Wertemenge	17
Graph	21
Schnittpunkt mit der x-Achse	26
Nullstelle	29
Schnittpunkt mit der y-Achse	32
y-Achsenabschnitt	35
Funktionen zeichnen	38
Umkehrfunktion	47
Transformation von Funktionen	56
Verschiebung von Funktionen	65
Skalierung von Funktionen	76
Spiegelung von Funktionen	87
Verknüpfung von Funktionen	93
Summe von Funktionen	101
Differenz von Funktionen	106
Produkt von Funktionen	110
Quotient von Funktionen	115
Verkettung von Funktionen	120

Funktionen

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was eine Funktion ist.

Warum beschäftigen wir uns überhaupt mit Funktionen?

In der realen Welt begegnen uns häufig Abhängigkeiten zwischen zwei Größen.

Beispiele aus der Geometrie

- Die Fläche eines Quadrats ist abhängig von der Seitenlänge des Quadrats.
- Die Fläche eines Kreises ist abhängig vom Radius des Kreises.

Beispiele aus der Physik

- In elektrischen Stromkreisen ist die Stromstärke abhängig von der angelegten Spannung.
- Beim freien Fall sind Fallweg und Fallgeschwindigkeit zeitabhängige Größen.

Um diese Abhängigkeiten besser zu verstehen, müssen wir uns vom konkreten Sachverhalt loslösen und abstrakter formulieren. In diesem Zusammenhang haben wir bereits die sog. Zuordnungen kennengelernt, bei denen man die Abhängigkeit zweier Größen durch einen Pfeil, den Zuordnungspfeil \mapsto , darstellt.

Beispiel

Wir gehen in eine Metzgerei, um ein paar belegte Brötchen zu kaufen.

Am Eingang hängt eine Preistafel mit folgender Beschriftung:

- 1 belegtes Brötchen kostet 2 Euro
- 2 belegte Brötchen kosten 4 Euro
- 3 belegte Brötchen kosten 6 Euro
- 4 belegte Brötchen kosten 8 Euro

Der Anzahl der Brötchen lässt sich ihr Preis zuordnen:

Anzahl Brötchen \mapsto Preis

1 \mapsto 2

$$2 \mapsto 4$$

$$3 \mapsto 6$$

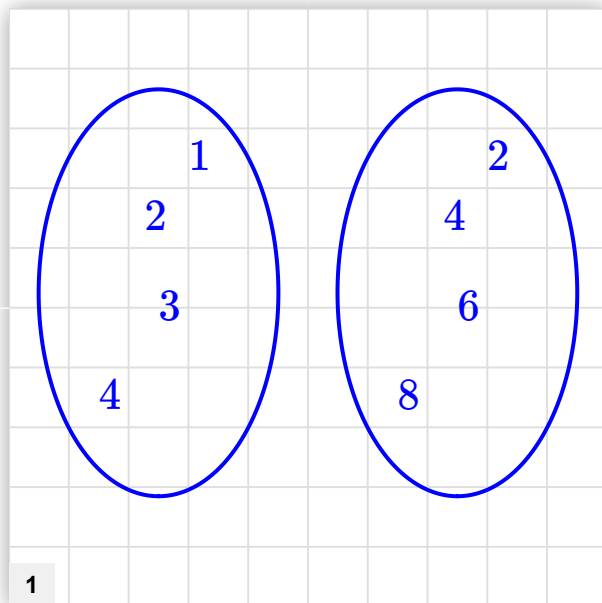
$$4 \mapsto 8$$

Allgemein kann man sagen:

Eine **Zuordnung** ordnet einem Wert einen anderen Wert zu.

Erst wenn wir verstanden haben, was eine Zuordnung ist, können wir uns mit Funktionen näher beschäftigen. Grund dafür ist, dass eine Funktion nichts anderes als eine Zuordnung mit bestimmten Eigenschaften ist. Außerdem müssen wir unseren mathematischen Wortschatz um einige Vokabeln erweitern.

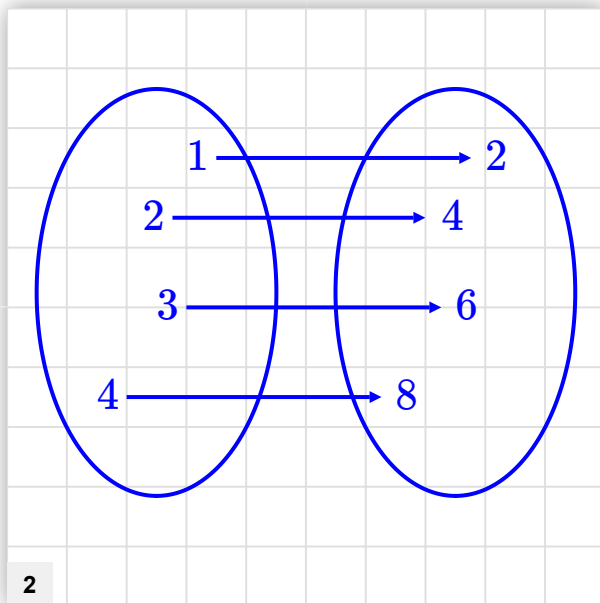
Zurück zu unserem Beispiel (Anzahl Brötchen \mapsto Preis):



Die Anzahl Brötchen sowie den Preis können wir als Mengen verstehen.

(> Mengenlehre)

Die linke Menge besteht aus den Werten von Anzahl Brötchen. Die rechte Menge gibt die Preise wieder.



Wie wir bereits wissen, besteht zwischen den beiden Mengen eine Beziehung. Diese Beziehung lässt sich mit Zuordnungspfeilen verdeutlichen.

Bislang haben wir also nur die Zuordnung

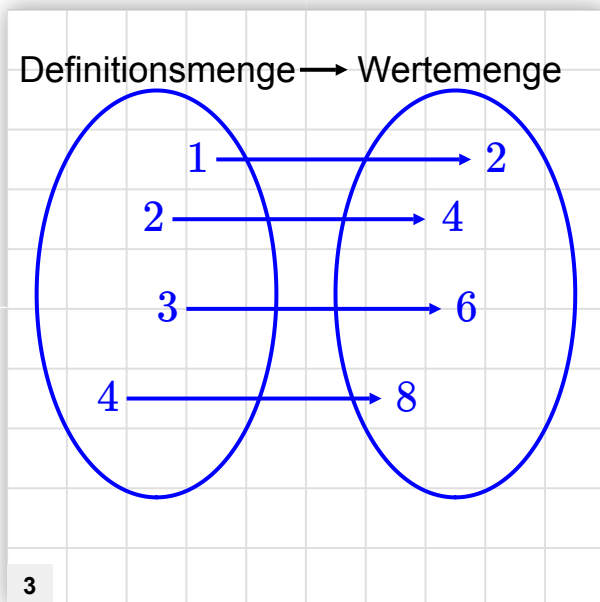
$$1 \mapsto 2$$

$$2 \mapsto 4$$

$$3 \mapsto 6$$

$$4 \mapsto 8$$

etwas anschaulicher als Mengen dargestellt.



Jetzt lernen wir noch ein paar neue Begriffe:

Die linke Menge nennen wir Definitionsmenge, die rechte Menge Wertemenge.

Die Elemente der linken Menge bezeichnen wir als x -Werte, die Elemente der rechten Menge als y -Werte.

Allgemein kann man sagen, dass einem x -Wert ein y -Wert zugeordnet ist: $x \mapsto y$.

Eine Funktion ist also eine Beziehung zwischen zwei Mengen, die jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zuordnet. Mathematiker formulieren das so: