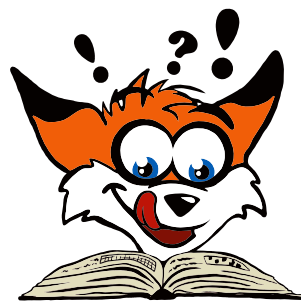


Differentialrechnung

Andreas Schneider

Version 1.0



Mathe**b**ibel

Inhaltsverzeichnis

Differentialrechnung	3
Differenzenquotient	5
Sekantensteigung	13
Differentialquotient	17
Tangentensteigung	24
h-Methode	30
Ableitungsregeln	39
Potenzregel	47
Faktorregel	48
Summenregel	49
Differenzregel	50
Produktregel	51
Quotientenregel	53
Kettenregel	55
Ableitung	57
Ableitung Potenzfunktion	59
Ableitung Wurzel	60
Ableitung e-Funktion	62
Ableitung Logarithmus	64
Ableitung Sinus	66
Ableitung Cosinus	68
Ableitung Tangens	70
Partielle Ableitung	72

Differentialrechnung

<u>Differenzenquotient</u>	Was ist der Differenzenquotient?
- <u>Sekantensteigung</u>	Wie berechnet man die Steigung einer Sekante?
<u>Differentialquotient</u>	Was ist der Differentialquotient?
- <u>Tangentensteigung</u>	Wie berechnet man die Steigung einer Tangente?
<u>h-Methode</u>	Was bezweckt die Anwendung der h-Methode?
Ableitungsregeln	
<u>Ableitungsregeln</u>	Alle Ableitungsregeln im Überblick!
- <u>Potenzregel</u>	Was besagt die Potenzregel?
- <u>Faktorregel</u>	Was besagt die Faktorregel?
- <u>Summenregel</u>	Was besagt die Summenregel?
- <u>Differenzregel</u>	Was besagt die Differenzregel?
- <u>Produktregel</u>	Was besagt die Produktregel?
- <u>Quotientenregel</u>	Was besagt die Quotientenregel?
- <u>Kettenregel</u>	Was besagt die Kettenregel?
Ableitung	
<u>Ableitung</u>	Was ist eine Ableitung?
- <u>Ableitung Potenzfunktion</u>	Wie berechnet man die Ableitung einer Potenzfunktion?
- <u>Ableitung Wurzel</u>	Wie berechnet man die Ableitung einer Wurzel?
- <u>Ableitung e-Funktion</u>	Wie berechnet man die Ableitung der e-Funktion?
- <u>Ableitung Logarithmus</u>	Wie berechnet man die Ableitung der ln-Funktion?
- <u>Ableitung Sinus</u>	Wie berechnet man die Ableitung der Sinusfunktion?

- Ableitung Cosinus

Wie berechnet man die Ableitung der Cosinusfunktion?

- Ableitung Tangens

Wie berechnet man die Ableitung der Tangensfunktion?

**Ableitung
mehrdimensionaler
Funktionen**

Partielle Ableitung

Wie berechnet man die partielle Ableitung einer
Funktion?

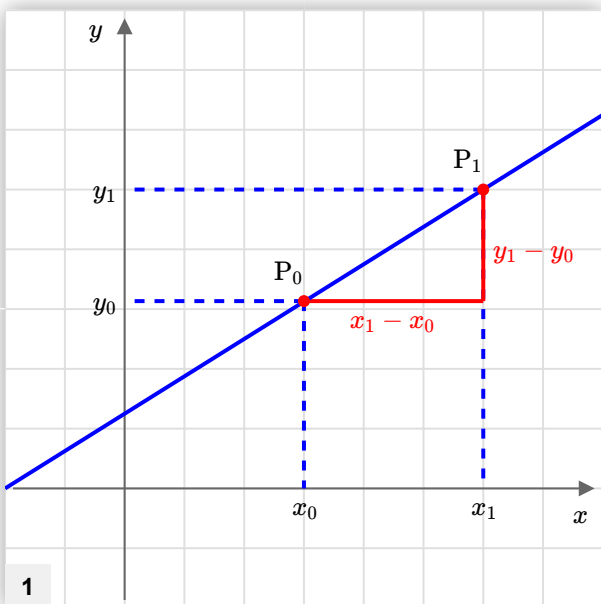
Jetzt neu: ONLINE-ABLEITUNGSRECHNER

Differenzenquotient

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was der Differenzenquotient ist.

Problemstellung

Bei den linearen Funktionen sind wir zum ersten Mal dem Begriff "Steigung einer Funktion" begegnet. (Bitte jetzt den folgenden Artikel wiederholen: Steigung einer linearen Funktion)



Wir kennen bereits die Steigungsformel,

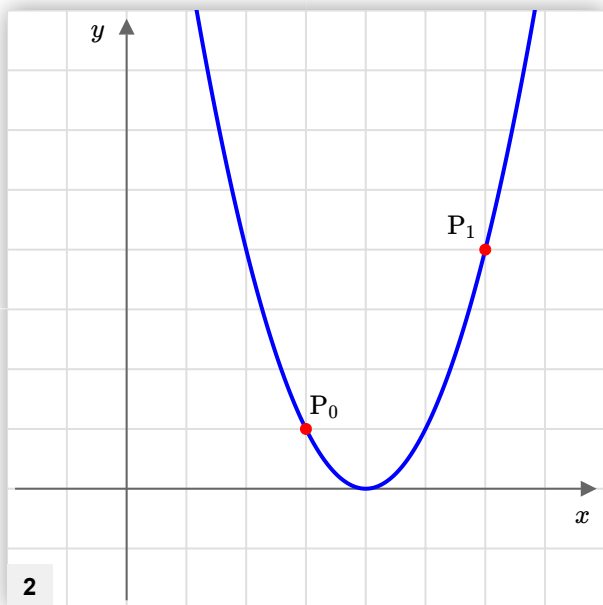
$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

mit deren Hilfe man aus zwei beliebigen Punkten $P_0(x_0|y_0)$ und $P_1(x_1|y_1)$ die Steigung m der Geraden berechnen kann.

Interessant ist, dass eine Gerade in jedem Punkt (auf der Geraden) die gleiche Steigung besitzt. m ist also konstant.

Wir merken uns:

Eine **Gerade** besitzt eine konstante Steigung.



Quadratische Funktionen haben wir auch schon kennengelernt: Wir wissen bereits, dass der Graph einer quadratischen Funktion eine Parabel ist (siehe Abbildung).

Jetzt stellt sich natürlich die Frage, wie die Steigung einer Kurve (= gekrümmter Graph) definiert ist. Es leuchtet intuitiv ein, dass die Kurve in den Punkten P_0 und P_1 eine unterschiedliche Steigung besitzt. Die Steigung m nimmt folglich keinen konstanten Wert an.

Wir merken uns:

Eine **Kurve** besitzt keine konstante Steigung.

Fraglich bleibt, was man unter der Steigung einer Kurve überhaupt versteht und wie man diese berechnet. Die Antwort auf diese Fragen liefert die Differentialrechnung:

Mit Hilfe der Differentialrechnung können wir unser **Begriffsverständnis einer Steigung** von Geraden auf Kurven ausdehnen:

Steigung einer Geraden $\xrightarrow{+Differentialrechnung}$ Steigung einer Kurve

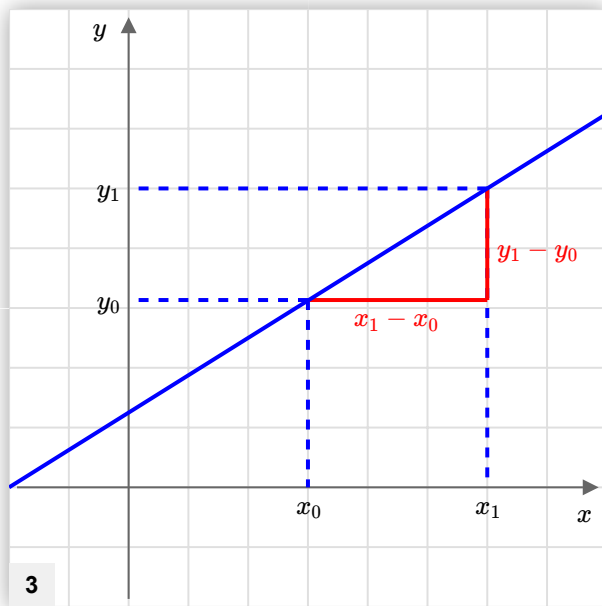
Im Folgenden wollen wir also herausfinden, wie die Steigung einer Kurve definiert ist.

Bloß, wie stellen wir das an?

Idee

Wir wenden das Steigungsdreieck auf eine Kurve an!

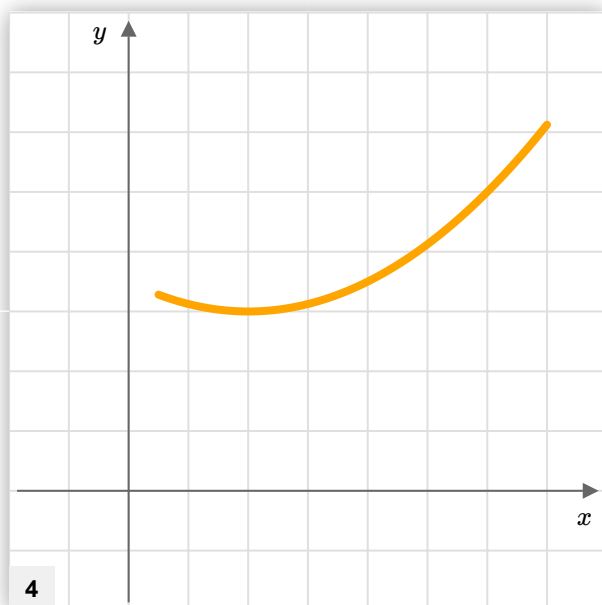
Steigungsformel → Differenzenquotient



Das **Steigungsdreieck** haben wir erstmals im Artikel zur Steigung einer linearen Funktion besprochen. Es diente zur Herleitung der Steigungsformel:

$$m = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Dabei ist m die Steigung einer Geraden.



Jetzt schauen wir uns an, was passiert, wenn wir das Steigungsdreieck bei einer Kurve zum Einsatz bringen.