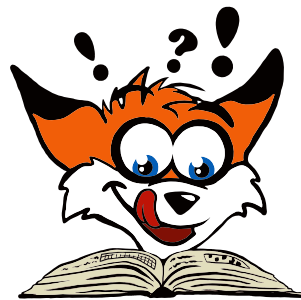


# Mengenlehre

Andreas Schneider

Version 1.1.0



**Mathe**bibel

# Inhaltsverzeichnis

<b>Mengenlehre</b> . . . . .	<b>3</b>
Mengenschreibweise . . . . .	11
Mächtigkeit . . . . .	14
Potenzmenge . . . . .	16
Mengenbeziehungen . . . . .	19
Gleichheit . . . . .	22
Teilmenge . . . . .	26
Echte Teilmenge . . . . .	30
Disjunkte Mengen . . . . .	31
Mengenverknüpfungen . . . . .	33
Vereinigungsmenge . . . . .	38
Schnittmenge . . . . .	44
Differenzmenge . . . . .	50
Komplement . . . . .	56
Symmetrische Differenz . . . . .	60
Kartesisches Produkt . . . . .	66
Tupel . . . . .	70
Geordnetes Paar . . . . .	72

# Mengenlehre

In diesem Kapitel beschäftigen wir uns mit der Mengenlehre. Der Untersuchungsgegenstand der Mengenlehre sind Mengen. Doch worum handelt es sich dabei überhaupt?

Umgangssprachlich versteht man unter einer Menge von Dingen immer **viele Dinge**.

- Im Fußballstadion sind eine **Menge** Zuschauer.
- Im Kino wurde heute eine **Menge** Eintrittskarten verkauft.
- Am Skateplatz ist stets eine **Menge** Jugendlicher.

In der Mathematik ist eine Menge jedoch anders definiert:

Unter einer **Menge** versteht man in der Mathematik jede Zusammenfassung von verschiedenen Objekten zu einer Gesamtheit.

Die Objekte, die zu einer Menge gehören, nennt man die **Elemente** der Menge.

# Schreibweisen in der Mengenlehre

In der Mengenlehre sind zwei Schreibweisen verbreitet.

## a) Aufzählende Mengenschreibweise

Bei der aufzählenden Schreibweise werden die Elemente zwischen geschweiften Klammern gesetzt und durch Kommas oder Semikolons getrennt.

Schreibweise mit Komma:  $M = \{\text{Element 1, Element 2, ...}\}$

Schreibweise mit Semikolon:  $M = \{\text{Element 1; Element 2; ...}\}$

*Beispiele:*

$A = \{1, 2, 3\}$  - Menge der Zahlen 1, 2 und 3

$B = \{-7; 0, 5; 4\}$  - Menge der Zahlen  $-7$  sowie 0, 5 und 4

## b) Beschreibende Mengenschreibweise

Bei der beschreibenden Schreibweise werden die Elemente durch die Angabe von charakterisierenden Eigenschaften beschrieben.

Schreibweise:  $M = \{x \mid x \text{ besitzt die Eigenschaften } E_1, E_2, \dots, E_n\}$

*Beispiel:*

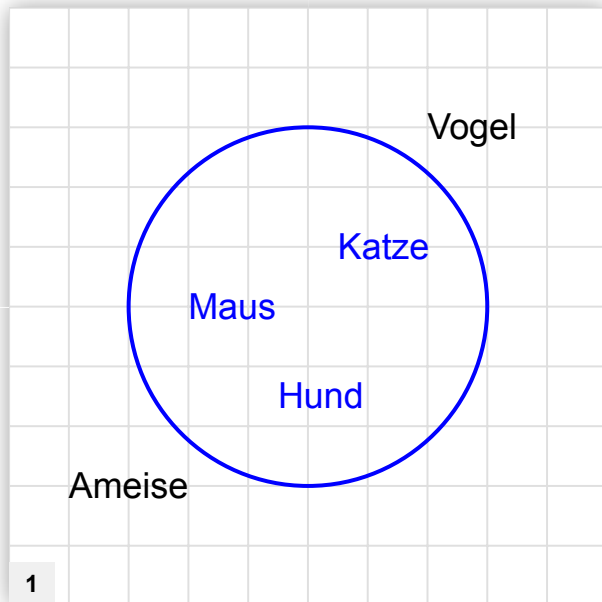
$A = \{x \mid -5 < x < 3\}$

→ die Menge  $A$  besteht aus den Elementen  $x$ , für die  $-5 < x < 3$  gilt.

Im Artikel zur [Mengenschreibweise](#) erfährst du mehr über die beiden Schreibweisen.

# Veranschaulichung von Mengen

Mengen werden gewöhnlich mit Hilfe sog. "Mengendiagramme" dargestellt. Dabei handelt es sich um Kreise (oder Ellipsen), in deren Inneren sich die Elemente der betrachteten Mengen befinden. Alles, was sich außerhalb eines Kreises befindet, gehört nicht zu dieser Menge.



## Beispiel

$$A = \{\text{Hund, Katze, Maus}\}$$

$$\text{Hund} \in A$$

$$\text{Katze} \in A$$

$$\text{Maus} \in A$$

$$\text{Ameise} \notin A$$

$$\text{Vogel} \notin A$$

$\text{Hund} \in A$  ist die mathematische Schreibweise für: "Hund ist ein Element von  $A$ ".

$\text{Ameise} \notin A$  ist die mathematische Schreibweise für: "Ameise ist kein Element von  $A$ ".

# Vergleich von Mengen

Möchte man zwei Mengen vergleichen, kann man sich entweder auf die Anzahl der Elemente (Mächtigkeit) beschränken oder untersuchen, ob die Mengen identisch sind.

## a) Mächtigkeit einer Menge

Unter der Mächtigkeit einer Menge versteht man die Anzahl der Elemente dieser Menge.

Schreibweise:  $|A|$

Besitzen die beiden Mengen  $A$  und  $B$  die gleiche Mächtigkeit?

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}, \quad B = \{a, b, c, d\}$$