

ANDREAS SCHNEIDER



# Mathebibel

Sponsored by  Easy-Tutor

ANALYTISCHE GEOMETRIE

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

# Inhaltsverzeichnis

<b>Analytische Geometrie</b> . . . . .	<b>3</b>
Parameterform . . . . .	6
Koordinatenform . . . . .	9
Normalenform . . . . .	12
Hessesche Normalform . . . . .	14
Parameterform in Normalenform . . . . .	18
Normalenform in Koordinatenform . . . . .	23
Parameterform in Koordinatenform . . . . .	26
Koordinatenform in Parameterform . . . . .	30
Normalenform in Parameterform . . . . .	37
Koordinatenform in Normalenform . . . . .	41
Geraden . . . . .	48
Geradengleichung . . . . .	49
Parameterform . . . . .	54
Zwei-Punkte-Form . . . . .	58
Punkt auf Gerade? . . . . .	62
Spurpunkte . . . . .	64
Lagebeziehungen von Geraden . . . . .	67
Identische Geraden . . . . .	73
Echt parallele Geraden . . . . .	76
Windschiefe Geraden . . . . .	79
Sich schneidende Geraden . . . . .	84
Schnittpunkt zweier Geraden . . . . .	87

Schnittwinkel zweier Geraden . . . . .	91
Abstandsberechnung . . . . .	96
Abstand Punkt-Punkt . . . . .	97
Abstand Punkt-Geraden . . . . .	99
Abstand Gerade-Geraden . . . . .	103
Abstand paralleler Geraden . . . . .	105
Abstand windschiefer Geraden . . . . .	109
Abstand Punkt-Ebene . . . . .	112
<b>Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!</b> . . . . .	<b>114</b>

# Analytische Geometrie

## Arten von Geraden- und Ebenengleichungen

<u>Parameterform</u>	Was versteht man unter der Parameterform?
<u>Koordinatenform</u>	Was versteht man unter der Koordinatenform?
<u>Normalenform</u>	Was versteht man unter der Normalenform?
<u>Hessesche Normalform</u>	Was versteht man unter der Hesseschen Normalform?

## Gleichungen umformen

<u>Parameterform in Normalenform</u>	Wie wandelt man die Parameterform in die Normalenform um?
<u>Normalenform in Koordinatenform</u>	Wie wandelt man die Normalenform in die Koordinatenform um?
<u>Parameterform in Koordinatenform</u>	Wie wandelt man die Parameterform in die Koordinatenform um?
<u>Koordinatenform in Parameterform</u>	Wie wandelt man die Koordinatenform in die Parameterform um?
<u>Normalenform in Parameterform</u>	Wie wandelt man die Normalenform in die Parameterform um?
<u>Koordinatenform in Normalenform</u>	Wie wandelt man die Koordinatenform in die Normalenform um?

## Geraden

<u>Geradengleichung</u>	Welche Arten von Geradengleichungen gibt es?
-------------------------	--

<u>Geradengleichung - Parameterform</u>	Wie stellt man die Geradengleichung in Parameterform auf, wenn ein Punkt und ein Richtungsvektor gegeben ist?
<u>Zwei Punkte Form</u>	Wie stellt man die Geradengleichung in Parameterform auf, wenn zwei Punkte gegeben sind?
<u>Punkt auf Gerade?</u>	Wie findet man rechnerisch heraus, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt?
<u>Spurpunkte</u>	Wie berechnet man den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Koordinatenachse?
<u>Lagebeziehungen von Geraden</u>	Erfahren alles über die Lagebeziehungen von Geraden im dreidimensionalen Raum!
<u>Identische Geraden</u>	Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit zwei Geraden identisch sind?
<u>Echt parallele Geraden</u>	Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit zwei Geraden echt parallel sind?
<u>Windschiefe Geraden</u>	Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit zwei Geraden windschief sind?
<u>Sich schneidende Geraden</u>	Welche Bedingungen müssen erfüllt sein, damit zwei Geraden sich schneiden?
<u>Schnittpunkt zweier Geraden</u>	Wann schneiden sich zwei Geraden und wie berechnet man den Schnittpunkt?
<u>Schnittwinkel zweier Geraden</u>	Wie berechnet man den Schnittwinkel zwischen zwei Geraden?
<b>Abstandsberechnungen</b>	
<u>Abstand Punkt-Punkt</u>	Wie berechnet man den Abstand zwischen zwei Punkten?
<u>Abstand Punkt-Gerade</u>	Wie berechnet man den Abstand zwischen einem Punkt und einer Geraden?
<u>Abstand Gerade-Gerade</u>	Wie berechnet man den Abstand zwischen zwei Geraden?
<u>Abstand paralleler Geraden</u>	Wie berechnet man den Abstand zweier paralleler Geraden?

Abstand windschiefer  
Geraden

Wie berechnet man den Abstand zweier windschiefer Geraden?

---

Abstand Punkt-Ebene

Wie berechnet man den Abstand zwischen einem Punkt und einer Ebene?

---

# Parameterform

In diesem Kapitel besprechen wir die Parameterform.

Die Parameterform ist eine spezielle Form einer Geradengleichung oder Ebenengleichung.

## Parameterform einer Geraden

$$g: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{u}$$

### Bedeutung

- $\vec{a}$ : Aufpunkt (oder Stützvektor)
- $\lambda$ : Parameter ("Lambda")
- $\vec{u}$ : Richtungsvektor

### Beispiel

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

### Punkt auf einer Geraden

Jeder Punkt einer Geraden wird in Abhängigkeit des Parameters  $\lambda$  beschrieben.

Wenn also die Gerade

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

gegeben ist und man drei verschiedene Punkte auf dieser Geraden sucht, setzt man einfach irgendwelche Werte für  $\lambda$  ein.

$$\lambda = 0$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bei  $\lambda = 0$  handelt es sich um einen Spezialfall, denn der Aufpunkt liegt immer auf der Geraden!

$$\lambda = 1$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 1 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = 2$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 11 \end{pmatrix}$$

## Aufgabentypen

Geradengleichung in Parameterform aufstellen

- mit Hilfe eines Punktes und eines Richtungsvektors
- mit Hilfe zweier Punkte

Prüfen, ob ein Punkt auf einer Geraden liegt

Schnittpunkte einer Geraden mit den Koordinatenachsen

Lagebeziehungen von Geraden

- Identische Geraden
- Parallele Geraden
- Windschiefe Geraden
- Sich schneidende Geraden
  - > Schnittpunkt zweier Geraden
  - > Schnittwinkel zweier Geraden



# Parameterform einer Ebene

$$E: \vec{x} = \vec{a} + \lambda \cdot \vec{u} + \mu \cdot \vec{v}$$

## Bedeutung

- $\vec{a}$ : Aufpunkt (oder Stützvektor)
- $\lambda$ : Parameter ("Lambda")
- $\vec{u}$ : Richtungsvektor
- $\mu$ : Parameter ("My")
- $\vec{v}$ : Richtungsvektor

## Beispiel

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}$$

## Punkt auf einer Ebene

Jeder Punkt einer Ebene wird in Abhängigkeit der Parameter  $\lambda$  und  $\mu$  beschrieben.  
(vgl. Abschnitt "Punkt auf einer Geraden")

# Parameterform umwandeln

## Parameterform gegeben

Parameterform in Koordinatenform

Parameterform in Normalenform

## Parameterform nicht gegeben

Koordinatenform in Parameterform

Normalenform in Parameterform

Je nach Aufgabenstellung kann es notwendig sein, die Parameterform umzuwandeln.