

ANDREAS SCHNEIDER



# Mathebibel

Sponsored by  Easy-Tutor

FUNKTIONEN

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

# Inhaltsverzeichnis

<b>Funktionen</b> . . . . .	<b>3</b>
Funktionsgleichung . . . . .	11
Definitionsmenge . . . . .	13
Wertemenge . . . . .	17
Graph . . . . .	21
Schnittpunkt mit der x-Achse . . . . .	26
Nullstelle . . . . .	29
Schnittpunkt mit der y-Achse . . . . .	32
y-Achsenabschnitt . . . . .	35
Funktionen zeichnen . . . . .	38
Umkehrfunktion . . . . .	47
Transformation von Funktionen . . . . .	56
Verschiebung von Funktionen . . . . .	65
Skalierung von Funktionen . . . . .	76
Spiegelung von Funktionen . . . . .	87
Verknüpfung von Funktionen . . . . .	93
Summe von Funktionen . . . . .	101
Differenz von Funktionen . . . . .	106
Produkt von Funktionen . . . . .	110
Quotient von Funktionen . . . . .	115
Verkettung von Funktionen . . . . .	120
<b>Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!</b> . . . . .	<b>126</b>

# Funktionen

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was eine Funktion ist.

## Warum beschäftigen wir uns überhaupt mit Funktionen?

In der realen Welt begegnen uns häufig Abhängigkeiten zwischen zwei Größen.

### *Beispiele aus der Geometrie*

- Die Fläche eines Quadrats ist abhängig von der Seitenlänge des Quadrats.
- Die Fläche eines Kreises ist abhängig vom Radius des Kreises.

### *Beispiele aus der Physik*

- In elektrischen Stromkreisen ist die Stromstärke abhängig von der angelegten Spannung.
- Beim freien Fall sind Fallweg und Fallgeschwindigkeit zeitabhängige Größen.

Um diese Abhängigkeiten besser zu verstehen, müssen wir uns vom konkreten Sachverhalt loslösen und abstrakter formulieren. In diesem Zusammenhang haben wir bereits die sog. Zuordnungen kennengelernt, bei denen man die Abhängigkeit zweier Größen durch einen Pfeil, den Zuordnungspfeil  $\mapsto$ , darstellt.

### *Beispiel*

Wir gehen in eine Metzgerei, um ein paar belegte Brötchen zu kaufen.

Am Eingang hängt eine Preistafel mit folgender Beschriftung:

- 1 belegtes Brötchen kostet 2 Euro
- 2 belegte Brötchen kosten 4 Euro
- 3 belegte Brötchen kosten 6 Euro
- 4 belegte Brötchen kosten 8 Euro

Der Anzahl der Brötchen lässt sich ihr Preis zuordnen:

Anzahl Brötchen  $\mapsto$  Preis

1  $\mapsto$  2

$$2 \mapsto 4$$

$$3 \mapsto 6$$

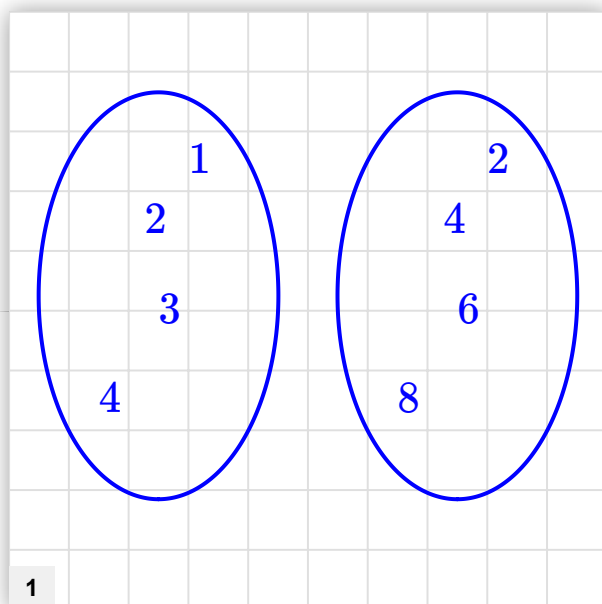
$$4 \mapsto 8$$

Allgemein kann man sagen:

Eine **Zuordnung** ordnet einem Wert einen anderen Wert zu.

Erst wenn wir verstanden haben, was eine Zuordnung ist, können wir uns mit Funktionen näher beschäftigen. Grund dafür ist, dass eine Funktion nichts anderes als eine Zuordnung mit bestimmten Eigenschaften ist. Außerdem müssen wir unseren mathematischen Wortschatz um einige Vokabeln erweitern.

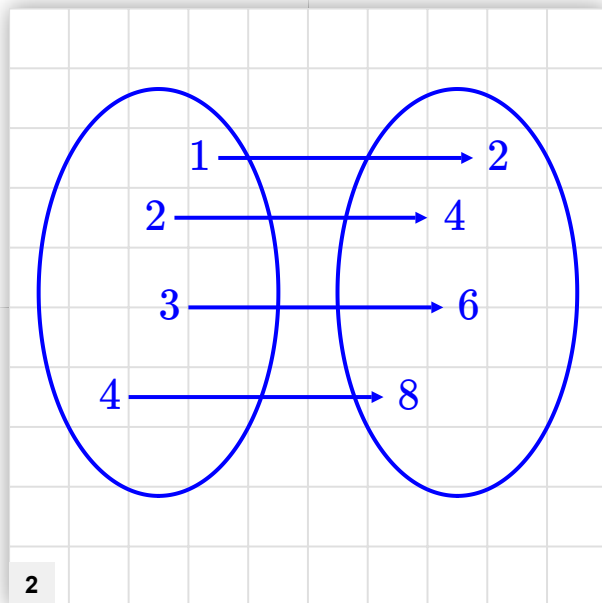
Zurück zu unserem Beispiel (Anzahl Brötchen  $\mapsto$  Preis):



Die Anzahl Brötchen sowie den Preis können wir als Mengen verstehen.

(> Mengenlehre)

Die linke Menge besteht aus den Werten von Anzahl Brötchen. Die rechte Menge gibt die Preise wieder.



Wie wir bereits wissen, besteht zwischen den beiden Mengen eine Beziehung. Diese Beziehung lässt sich mit Zuordnungspfeilen verdeutlichen.

Bislang haben wir also nur die Zuordnung

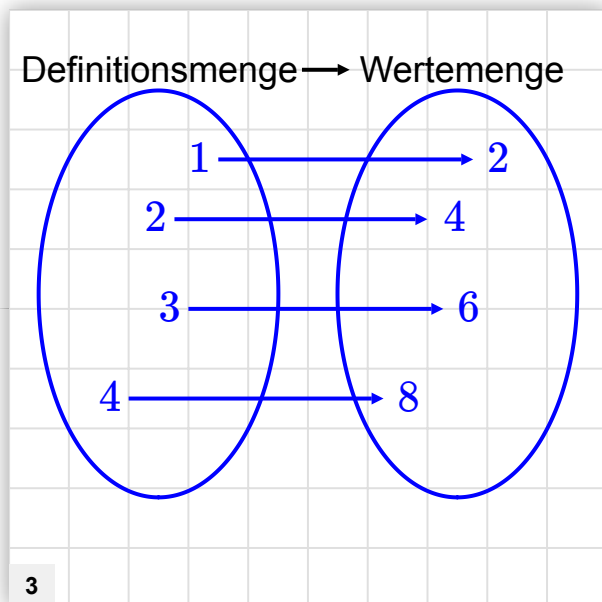
$$1 \mapsto 2$$

$$2 \mapsto 4$$

$$3 \mapsto 6$$

$$4 \mapsto 8$$

etwas anschaulicher als Mengen dargestellt.



Jetzt lernen wir noch ein paar neue Begriffe:

Die linke Menge nennen wir Definitionsmenge, die rechte Menge Wertemenge.

Die Elemente der linken Menge bezeichnen wir als  $x$ -Werte, die Elemente der rechten Menge als  $y$ -Werte.

Allgemein kann man sagen, dass einem  $x$ -Wert ein  $y$ -Wert zugeordnet ist:  $x \mapsto y$ .

Eine Funktion ist also eine Beziehung zwischen zwei Mengen, die jedem Element der einen Menge genau ein Element der anderen Menge zuordnet. Mathematiker formulieren das so: