

ANDREAS SCHNEIDER



Mathebibel

Sponsored by  Easy-Tutor

UNGLEICHUNGEN

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

Inhaltsverzeichnis

Ungleichungen	3
Lineare Ungleichungen	6
Quadratische Ungleichungen	9
Bruchungleichungen	21
Betragsungleichungen	28
Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen	39
Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!	43

Ungleichungen

Dieser Artikel soll einen ersten Einblick in das Thema Ungleichungen geben.
Was sind Ungleichungen, wie sehen sie aus und welche Typen gibt es?

Wiederholung: Was sind Gleichungen?

Eine Gleichung ist eine Aussage über die Gleichheit zweier Terme.
Gleichungen sind am Gleichheitszeichen ("=") zu erkennen.

Beispiele

$$3 = 3$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$y = x^2 - 5$$

Was sind Ungleichungen?

Jede Ungleichung besteht aus zwei Termen, die durch eines der Vergleichszeichen
< (Kleinerzeichen),
≤ (Kleinergleichzeichen),
> (Größerzeichen) oder
≥ (Größergleichzeichen)
verbunden sind.

Beispiele

$$3 < 4$$

$$x \geq 3,75$$

$$(a + b) > (c + d)$$

Ungleichungen dienen der Formulierung und Untersuchung von Größenvergleichen.

Ungleichungen und Vergleichszeichen

	<i>Ungleichung richtig aussprechen</i>	<i>Bedeutung</i>
$a < b$	"a kleiner b"	a ist kleiner als b.
$a \leq b$	"a kleiner gleich b"	a ist kleiner oder gleich b.
$a > b$	"a größer b"	a ist größer als b.
$a \geq b$	"a größer gleich b"	a ist größer oder gleich b.

Merkhilfe: Der "Winkelhaken" ist immer nach der größeren Seite hin geöffnet. In der Grundschule stellt man sich diesen "Winkelhaken" auch als Krokodilmaul vor und da das Krokodil schlau ist, frisst es immer den größeren Teil.

Ungleichungen: Eigenschaften

1. $a \leq a$ (Reflexivität)
2. Ist $a > b$ und $b > c$, dann ist $a > c$ (Transitivität)
Die anderen Rechenzeichen sind ebenfalls transitiv.
3. Ist $a \leq b$ und $b \leq a$, dann gilt $a = b$ (Antisymmetrie)

Ungleichungen: Rechenregeln

- Eine Ungleichung kann von beiden Seiten gelesen werden
 $a < b \iff b > a$
- Auf beiden Seiten einer Ungleichung darf dieselbe Zahl addiert werden
 $a \leq b \implies a + c \leq b + c$
- Zwei gleichgerichtete Ungleichungen dürfen addiert werden
 $a \leq b \text{ und } c \leq d \implies a + c \leq b + d$
 $a < b \text{ und } c \leq d \implies a + c < b + d$
- Eine Ungleichung darf mit einer nichtnegativen (!) Zahl multipliziert werden
 $a \leq b \text{ und } c \geq 0 \implies ac \leq bc$
- **WICHTIG:**

Wird eine Ungleichung mit einer negativen Zahl multipliziert (oder dividiert),
so dreht sich das Ungleichheitszeichen um

$$a \leq b \quad \text{und} \quad c \leq 0 \quad \Rightarrow \quad ac \geq bc$$

- Wenn die Seiten der Ungleichung entweder beide positiv oder beide negativ sind, gilt:
Bildet man auf beiden Seiten einer Ungleichung den Kehrwert,
so dreht sich das Ungleichheitszeichen um

$$a \leq b \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$$

Ungleichungen lösen

Enthält eine Ungleichung eine (oder mehrere) Unbekannte, so bezeichnet man die Suche nach einer Lösung für die Unbekannte auch als "Lösen von Ungleichungen".

Mehr zum Thema Ungleichungen

Im Zusammenhang mit Ungleichungen gibt es einige Aufgabenstellungen, die immer wieder abgefragt werden. Daher lohnt es sich, auch folgende Artikel durchzulesen.

	<i>Beispiel</i>
<u>Lineare Ungleichungen</u> (mit einer Variablen)	$10x - 8 \leq 3x + 4$
<u>Lineare Ungleichungssysteme</u> (mit einer Variablen)	$2x - 4 < 6$ $3x + 5 > 2$
<u>Lineare Ungleichungen</u> (mit zwei Variablen)	$5x - 3y > 10$
<u>Lineare Ungleichungssysteme</u> (mit zwei Variablen)	$2x + y \leq 12$ $2x + 3y \leq 18$
<u>Quadratische Ungleichungen</u>	$x^2 - x + 3 \geq 4x - 5$
<u>Bruchungleichungen</u>	$\frac{1}{x+1} > 7$
<u>Betragsungleichungen</u>	$ x + 1 < 3$

Lineare Ungleichungen

In diesem Kapitel lernst du, wie man lineare Ungleichungen (mit einer Variablen) löst.

Bei einer linearen Ungleichung handelt es sich um eine Ungleichung ersten Grades. "Erster Grad" bedeutet, dass die Variable x lediglich in einfacher Ausführung vorkommt - also nicht potenziert (z.B. x^2).

Beispiele für lineare Ungleichungen

$$x - 5 < 8$$

$$7x + 5 \geq 3x - 4$$

$$x - 3 \leq 3(x - 1) + 5$$

Normalformen linearer Ungleichungen

- $ax + b < 0$
- $ax + b > 0$
- $ax + b \leq 0$
- $ax + b \geq 0$

Jede lineare Ungleichung lässt sich in eine der obigen Darstellungen umformen. Diese Darstellungen bezeichnet man deshalb auch als die "Normalformen linearer Ungleichungen".

Lineare Ungleichungen lösen

Vorgehensweise

1. Ungleichung nach x auflösen

...dazu dürfen wir:

- auf beiden Seiten der Ungleichung eine Zahl addieren/subtrahieren
 - beide Seiten der Ungleichung mit einer Zahl multiplizieren bzw. durch eine Zahl dividieren
- Wichtig:** Multipliziert/dividiert man die Ungleichung mit einer negativen Zahl, dreht sich das Ungleichheitszeichen um!

Beispiel 1

$$x - 5 < 8$$

1.) Ungleichung nach x auflösen

$$x - 5 < 8$$

$$x - 5 + 5 < 8 + 5$$

$$x < 13$$

In Intervallschreibweise lautet die Lösung der linearen Ungleichung:

$$\mathbb{L} =]-\infty; 13[$$

oder

$$\mathbb{L} = (-\infty; 13)$$

Beispiel 2

$$x - 3 \leq 3(x - 1) + 5$$

1.) Ungleichung nach x auflösen

Klammer ausmultiplizieren