

ANDREAS SCHNEIDER



# Mathebibel

Sponsored by  Easy-Tutor

WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

# Inhaltsverzeichnis

<b>Wahrscheinlichkeitsrechnung</b>	<b>4</b>
Zufallsexperiment	5
Ergebnis & Ergebnisraum	10
Ereignis & Ereignisraum	17
Ereignis & Ereignisraum	25
Elementarereignis	27
Zusammengesetztes Ereignis	31
Sicheres Ereignis	33
Ereignisalgebra	35
Vierfeldertafel	47
Absolute Häufigkeit	54
Relative Häufigkeit	57
Mehrstufige Zufallsexperimente	61
Baumdiagramm	63
Pfadregeln	70
Kombinatorik	77
Allgemeines Zählprinzip	87
Permutation ohne Wiederholung	89
Permutation mit Wiederholung	92
Variation ohne Wiederholung	95
Variation mit Wiederholung	98
Kombination ohne Wiederholung	100
Kombination mit Wiederholung	103

Laplace-Experiment . . . . .	106
Stochastische Unabhängigkeit . . . . .	112
Bedingte Wahrscheinlichkeit . . . . .	123
Multiplikationssatz . . . . .	135
Satz der totalen Wahrscheinlichkeit . . . . .	143
Satz von Bayes . . . . .	149
Zufallsvariable . . . . .	155
Diskrete Zufallsvariable . . . . .	162
Stetige Zufallsvariable . . . . .	167
Wahrscheinlichkeitsverteilung . . . . .	172
Wahrscheinlichkeitsfunktion . . . . .	178
Dichtefunktion . . . . .	188
Verteilungsfunktion . . . . .	196
Erwartungswert . . . . .	218
Varianz . . . . .	225
Standardabweichung . . . . .	239
Diskrete Verteilung . . . . .	247
Stetige Verteilung . . . . .	251
<b>Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!</b> . . . . .	<b>255</b>

# Wahrscheinlichkeitsrechnung

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist.

## Inhaltsverzeichnis

1. Einordnung
2. Definition

## 1. Einordnung

Das mathematische Teilgebiet der Stochastik setzt aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der mathematischen Statistik zusammen.

## 2. Definition



Die Wahrscheinlichkeitsrechnung ist ein Teilgebiet der Mathematik, das aus der Formalisierung, der Modellierung und der Untersuchung von Zufallsgeschehen hervorgegangen ist.

Untersuchungsgegenstand der Wahrscheinlichkeitsrechnung sind sog. Zufallsexperimente.

# Zufallsexperiment

Im *Chemie- und Physikunterricht* werden regelmäßig Versuche durchgeführt. Einer dieser Versuche könnte das Messen der Siedetemperatur von Wasser sein. Egal, wie oft wir den Versuch durchführen, wir erhalten stets dasselbe Ergebnis: Wasser verdampft bei 100 °C. In der *Wahrscheinlichkeitsrechnung* beschäftigen wir mit Versuchen, deren Ergebnisse sich nicht vorhersagen lassen, d. h. vom Zufall abhängig sind. Zu dieser Art von Versuchen zählt das Werfen einer Münze. Bekanntlich können wir nicht vorhersagen, ob „Kopf“ oder „Zahl“ oben liegt.

## Inhaltsverzeichnis

1. Definition
2. Eigenschaften eines Zufallsexperiments
3. Arten von Zufallsexperimenten
  - 3.1 Einstufige Zufallsexperimente
  - 3.2 Mehrstufige Zufallsexperimente
4. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung

## 1. Definition



Ein **Zufallsexperiment** ist ein Versuch mit zufälligem Ausgang.

### ● Beispiel 1

Werfen einer Münze

### ● Beispiel 2

Werfen eines Würfels

### ● Beispiel 3

Ziehen einer Kugel aus einer Urne

### ● Beispiel 4

Ziehen einer Karte aus einem Kartenspiel

● **Beispiel 5**

Drehen eines Glücksrads

● **Beispiel 6**

Roulette

● **Beispiel 7**

Lotto

● **Beispiel 8**

Auswahl einer Zahl zwischen 1 und 10 durch einen Zufallsgenerator

● **Beispiel 9**

Befragung einer unbekanntenen Person nach der Partei, die diese bei der letzten Wahl gewählt hat

● **Beispiel 10**

Messung einer physikalischen Größe mit einer bestimmten Messmethode (wegen der unvermeidlichen, zufälligen Messabweichungen)

## 2. Eigenschaften eines Zufallsexperiments



Ein Versuch heißt **Zufallsexperiment**, falls

- (a) er unter gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholbar ist,
- (b) alle möglichen Ergebnisse vor Durchführung bekannt sind und
- (c) sein Ergebnis sich nicht mit Sicherheit vorhersagen lässt.

### ● Beispiel 11

Das Werfen einer Münze ist ein Zufallsexperiment, denn

- (a) es lässt sich unter gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholen,
- (b) alle möglichen Ergebnisse („Kopf“ und „Zahl“) sind vor Durchführung bekannt und
- (c) sein Ergebnis („Kopf“ oder „Zahl“) lässt sich nicht mit Sicherheit vorhersagen.

### ● Beispiel 12

Das Messen der Siedetemperatur von Wasser ist kein Zufallsexperiment, denn

- (a) es lässt sich zwar unter gleichen Bedingungen beliebig oft wiederholen und
- (b) alle möglichen Ergebnisse (100 °C) sind vor Durchführung bekannt, aber
- (c) sein Ergebnis (100 °C) lässt sich mit Sicherheit vorhersagen.

## 3. Arten von Zufallsexperimenten

### 3.1. Einstufige Zufallsexperimente



Ein Zufallsexperiment, das nur einmal durchgeführt wird, heißt **einstufig**.

#### ● Beispiel 13

Einmaliges Werfen einer Münze / eines Würfels

#### ● Beispiel 14

Einmaliges Ziehen einer Karte aus einem gemischten Stapel

### 3.2. Mehrstufige Zufallsexperimente



Ein Zufallsexperiment, das aus mehreren Schritten besteht, die für sich selbst auch Zufallsexperimente sind, heißt **mehrstufig**.

#### ● Beispiel 15

Zweimaliges Werfen einer Münze / eines Würfels

#### ● Beispiel 16

Fünfmaliges Ziehen einer Karte aus einem gemischten Stapel