

ANDREAS SCHNEIDER



Mathebibel

Sponsored by  **Easy-Tutor**

INTEGRALRECHNUNG

DAS BUCH DER ERKLÄRUNGEN

Inhaltsverzeichnis

Integralrechnung	3
Stammfunktion	3
Unbestimmtes Integral	8
Integrationsregeln	11
Partielle Integration	19
Integration durch Substitution	23
Bestimmtes Integral	30
Flächenberechnung mit Integralen	34
Fläche zwischen Graph und x-Achse	38
Fläche zwischen zwei Graphen	44
Noch Fragen? Jetzt kostenlose Nachhilfestunde vereinbaren!	49

Stammfunktion

In diesem Kapitel schauen wir uns an, was die Stammfunktion einer Funktion ist.

Inhaltsverzeichnis

1. Einordnung
2. Definition
3. Beispiel
4. Satz
5. Formelsammlung

Erforderliches Vorwissen

◀ Differentialrechnung

1. Einordnung

In der Differentialrechnung ist eine Funktion f gegeben und deren Ableitung f' gesucht:

$$f(x) \xrightarrow{\text{Ableitung}} f'(x)$$

● Beispiel 1

Gegeben sei $f(x) = x^2$. Berechne $f'(x)$.

$$f'(x) = 2x$$

In der Integralrechnung ist eine Ableitung f' gegeben und die Funktion f gesucht:

$$f(x) \xleftarrow{\text{Integration}} f'(x)$$

● Beispiel 2

Gegeben sei $f'(x) = 2x$. Berechne $f(x)$.

$$f(x) = x^2$$

In diesem Zusammenhang heißt f die **Stammfunktion** von f' .

● Beispiel 3

Die Ableitung von $f(x) = x^2$ ist $f'(x) = 2x$.

Die Stammfunktion von $f'(x) = 2x$ ist $f(x) = x^2$.

Mit F bezeichnen wir die **Stammfunktion** von f :

$$F(x) \xleftarrow{\text{Integration}} f(x) \xleftarrow{\text{Integration}} f'(x)$$

Demnach gilt:

$$F(x) \xrightarrow{\text{Ableitung}} F'(x) = f(x) \xrightarrow{\text{Ableitung}} f'(x)$$

Wir merken uns:



$$F'(x) = f(x)$$

Die Ableitung der Stammfunktion ergibt die Funktion selbst.

Mit diesem Wissen können wir endlich den Begriff „Stammfunktion“ definieren:

2. Definition



Die differenzierbare Funktion F , deren Ableitungsfunktion F' mit f übereinstimmt, heißt **Stammfunktion** der reellen Funktion f .

3. Beispiel

● Beispiel 4

Bestimme die Stammfunktion der Funktion $f(x) = 2x$.

Frage

Welche Funktion ergibt abgeleitet $f(x) = 2x$?

Antwort

$$F(x) = x^2$$

Begründung

$$F'(x) = 2x = f(x)$$

Anmerkung

Eine **Ableitungsregel** besagt, dass eine Konstante beim Ableiten wegfällt.

Aus diesem Grund ist die oben angegebene Lösung nur eine von unendlich vielen, denn auch z. B. $F(x) = x^2 + 3$ und $F(x) = x^2 - 9$ sind Stammfunktionen von $f(x) = 2x$.

Da sich die einzelnen Stammfunktionen nur durch eine Konstante C unterscheiden, schreiben wir

$$F(x) = x^2 + C$$

um „alle“ Stammfunktionen mit einer Schreibweise zu erfassen.